$2^{\underline{a}}$ Avaliação ($2^{\underline{a}}$ chamada)

Disciplina: Lógica Aplicada à Computação
Professor: Benjamín Callejas Bedregal
Aluno:
Turma:
Data: 26/06/2001

1. Diga de modo geral como se determina o valor verdade de uma fórmula α qualquer numa interpretação $\mathcal{D}$ e para uma atribuição a. Explique o caso particular de $\alpha = \forall x.P(x,y)$.

2. Explique que é e quando é usada a Skolemização.

3. De uma interpretação que torne verdadeira a fórmula

$$\forall x.((R(x) \wedge R(y)) \rightarrow (P(f(x,y)) \wedge \neg R(f(x,y))))$$

   A fórmula é universalmente válida?

   Justifique sua resposta.

4. Seja a seguinte prova de $P(x,z), \neg\forall y.R(y,z) \rightarrow \neg\forall x.P(x,y) \vdash R(a, f(a))$

α_1	$P(x,z)$	*Hip.*
α_2	$\neg\forall y.R(y,z) \rightarrow \neg\forall x.P(x,y)$	*Hip.*
α_3	$(\neg\forall y.R(y,z) \rightarrow \neg\forall x.P(x,y)) \rightarrow (\forall x.P(x,y) \rightarrow \forall y.R(y,z))$	*prop*.3.3.4.*d*
α_4	$\forall x.P(x,y) \rightarrow \forall y.R(y,z)$	$MP\ \alpha_2, \alpha_3$
α_5	$\forall z.P(x,z)$	$Gen\ \alpha_1$
α_6	$\forall z.P(x,z) \rightarrow P(x,y)$	A_5
α_7	$P(x,y)$	$MP\ \alpha_5, \alpha_6$
α_8	$\forall x.P(x,y)$	$Gen\ \alpha_7$
α_9	$\forall y.R(y,z)$	$MP\ \alpha_8, \alpha_4$
α_{10}	$\forall y.R(y,z) \rightarrow R(a,z)$	A_5
α_{11}	$R(a,z)$	$MP\ \alpha_9, \alpha_{10}$
α_{12}	$\forall z.R(a,z)$	$Gen\ \alpha_{11}$
α_{13}	$\forall z.R(a,z) \rightarrow R(a,f(a))$	A_5
α_{14}	$R(a,f(a))$	$MP\ \alpha_{12}, \alpha_{13}$

   Podemos aplicar o teorema da dedução e dizer que existe uma prova de

   $\vdash P(x,z) \rightarrow ((\neg\forall y.R(y,z) \rightarrow \neg\forall x.P(x,y)) \rightarrow R(a,f(a)))$

   Justifique sua resposta.

5. Exiba uma refutação da negação da seguinte fórmula:

$$\forall x.(R(y) \rightarrow P(x)) \rightarrow (R(y) \rightarrow \forall x.P(x))$$

LEMBRE QUE:

$\neg\exists x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\forall x.\neg\alpha$	$\neg\forall x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\exists x.\neg\alpha$
$\forall x.\alpha \wedge \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\alpha[y/x] \wedge \beta)$	$\beta \wedge \forall x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\beta \wedge \alpha[y/x])$
$\exists x.\alpha \wedge \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\alpha[y/x] \wedge \beta)$	$\beta \wedge \exists x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\beta \wedge \alpha[y/x])$
$\forall x.\alpha \vee \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\alpha[y/x] \vee \beta)$	$\beta \vee \forall x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\beta \vee \alpha[y/x])$
$\exists x.\alpha \vee \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\alpha[y/x] \vee \beta)$	$\beta \vee \exists x.\alpha$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\beta \vee \alpha[y/x])$
$\forall x.\alpha \rightarrow \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\alpha[y/x] \rightarrow \beta)$	$\alpha \rightarrow \forall x.\beta$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\alpha \rightarrow \beta[y/x])$
$\exists x.\alpha \rightarrow \beta$	$\twoheadrightarrow$	$\forall y.(\alpha[y/x] \rightarrow \beta)$	$\alpha \rightarrow \exists x.\beta$	$\twoheadrightarrow$	$\exists y.(\alpha \rightarrow \beta[y/x])$

onde y é uma variável nova.