[Kandel 1996] Kandel, A., Pacheco, R., Martins, A. e Khator, S. (1996). The Foundations of Rule-Based Computations In Fuzzy Models. Em [Pedrycz, W. 1996, Fuzzy Modelling Paradigms and Practice.]

[Kasabov 1996] Kasabov, N. K. (1996). *Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering.* Ed. The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology.

[Kearfott 1996] Kearfott, R. B. (1996). *Interval Computations: Introductions, Uses, and Resources*. Internet

[Kreinovich 1999] Kreinovich, V., Mukaidono, M. and Atanassov, K.(1999) *From Fuzzy Values to Intuitionistic Fuzzy Values to Intuitionistic Fuzzy Intervals etc.: Can We Get an Arbitrary Ordering?* Published in Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, 1999, Vol. 5, No. 3, pp. 11-18.

[Kreinovich 2000a] Kreinovich, V., Mukaidono, M. (2000) *Intervals (Pairs of Fuzzy Values), Triples, etc.: Can We Thus Get an Arbitrary Ordering?* In: Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Antonio, Texas. Vol. 1, pp. 234-238.

[Kreinovich 2000b] Kreinovich, V. (2000) et all, *From Interval Methods of Representing Uncertainty to a General Description of Uncertainty.* In: Hrushikesha Mohanty and Chitta Baral (eds.), *Trends in Information Technology, Proceedings of the International Conference on Information Technology ICIT'99, Bhubaneswar, India,* Tata McGraw-Hill, New Delhi, pp. 161-166.

[Moore 1966] Moore, R. E. (1966). *Interval Analysis.* Prentice Hall, New Jersey.

[Mukaidono 1999] Mukaidono, M.; Yam, Y. and Kreinovich, V. (1999). *Interval is All We Need: An Argument.* In Proceeding of the Eighth International Fuzzy Systems Associations Would Congress IFSA'99. Taipe, Taiwan, pp. 147-150.

[Nguyen 1999] Nguyen, Hung T. and Walker, Elbert A. (1999). *A First Course in Fuzzy Logic*. Chapman and Hall.

[Oliveira 1997] Oliveira, P. W. de. (1997) at all. *Fundamentos de Matemática Intervalar*. 1ª ed. Instituto de Informática da UFRGS: SAGRA-Luzzato.

[Rocha 1996] Rocha, L.M, Kreinovich, V. (1996). *Computing Uncertainty in Interval Based Sets*. In Applications of Interval Computer. R.B. Kearfott and V. Kreinovich (Eds.). Kluwer Academic Press. pp. 337-380.

[Silveira 2000] Silveira, M.M.M.T. e Bedregal, B.R.C. (2000). Uma Análise à Inferência Fuzzy. Relatório de Pesquisa DIMAp-UFRN 2000-109. Edição Especial: I Workshop Técnico Científico, 15 anos DIMAp.

[Silveira 2001a] Silveira, M.M.M.T. e Bedregal, B.R.C, (2001), *Toward an Interval Fuzzy System.* In: The 2001 International Conference on Artificial Intelligence. (to appear). June.

[Silveira 2001b] Silveira, M.M.M.T. e Bedregal, B.R.C, (2001), *A Method of Inference e Defuzzification Fuzzy Interval.* In: The 2001 Artificial Intelligence and Application. (to appear). Setember.

[Tsoukalas 1997] Tsoukalas, L. H. E Uhring, R. E.(1997). *Fuzzy And Neural Aproaches In Engineering*. Ed. John Wiley & Suns Inc.

[Turksen 1986] Turksen, I. B. (1986). *Interval value fuzzy sets based on normal form.* Fuzzy Sets and Systems 20. pp. 191-210.

[Yam 1999] Yam, Y, Mukaidono, M e Kreinovich, V. (1999). *Beyond [0, 1] to Interval and Further: Do We Need All New Fuzzy Values?*. In: Proceeding of the Eighth International Fuzzy Systems Associations Would Congress IFSA'99. Taipe, Taiwan, pp. 143 - 146.

[Zadeh 1965] Zadeh, L. (1965) *Fuzzy Sets*. Information Control 8.

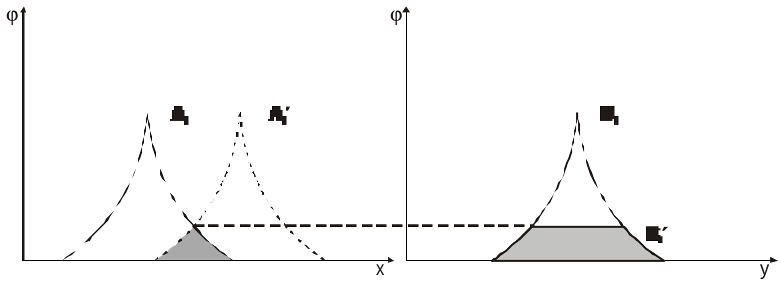

Figura 5. Região do Limite Inferior

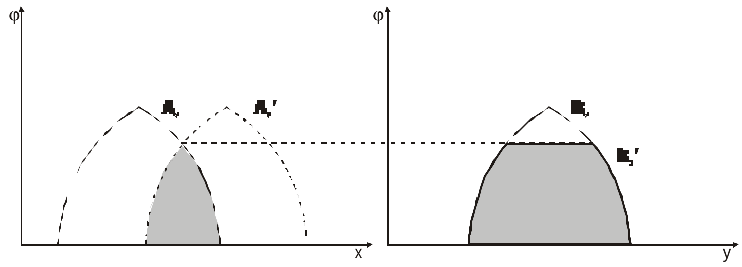

Figura 6. Região do Limite Superior

6. Considerações Finais

A integração de intervalos a sistemas fuzzy é um assunto que está sendo bastante estudado na comunidade científica, mas ainda não está totalmente sedimentado.

Este é um trabalho de investigação teórica, não tem ainda nenhum resultado de implementação, este no entando, é o próximo passo a ser seguindo, depois que a teoria fuzzy intervalar estiver formulada.

O principal objetivo do uso da função de pertinência intervalar é facilitar a aquisição de conhecimento, ou seja, em vez do especialista se preocupar com um valor a fornecer ele pode incluir esse valor dentro de um intervalo, tornando mais fácil o mapeamento do conhecimento através de intervalos.

O método utilizado é apenas uma proposta dentre muitas que estão surgindo com o estudo da teoria fuzzy intervalar, e outros métodos devem aparecer nos próximos trabalhos. Pode-se ter variações utilizando operadores de implicação diferentes, assim como, na forma de estabelecer as funções limitantes dos conjuntos fuzzy intervalar.

7. Referências Bibliográficas

[Bojadziev 1996] Bojadziev, G. & Bojadziev, M. (1996). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*. World Scientific Publishing.

[Cox 1994] Cox, E. (1994). *The Fuzzy Systems Handbook: the practitioner's guide to building, using, and maintaining fuzzy systems*. Academic Press Professional Inc.

[Dugundji 1966] Dugundji, J. Topology. Allyn and Bacon, New York. 1966.

[Gottgtroy 1996] Gottgtroy, M. P. B. (1996). *Aplicação de Técnicas de Engenharia do Conhecimento na Análise do Risco em Sistemas Estruturais.* D. Sc. diss. COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

[Jang 1997] Jang, J-S.R., Sun, C-T., Mizutani, E. (1997). Neuro-Fuzzy and Soft Computing – A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence. Prentice Hall.

onde A, A' B e B'são conjuntos fuzzy intervalar, x e y são variáveis fuzzy, $\Re$ (x, y) é a relação fuzzy intervalar, $\Re$ (x, y) = {((x,y), $\varphi_{\Re}$ (x,y))}, e $\circ$ é o operador de composição intervalar.

No caso da inferência fuzzy min-max intervalar serão definidos os operadores de composição e de implicação min-max intervalar.

A composição min-max intervalar para o grau de pertinência intervalar de duas relações fuzzy intervalar $\Re_1$ e $\Re_2$ é dado por:

$$\varphi_{\Re_1 \circ \Re_2}(x,z) = MIN_y\,(MAX(\varphi_{\Re_1}(x,y),\ \varphi_{\Re_2}(y,z))) \tag{5.2}$$

Da mesma forma, a equação 5.1 pode ser definida em termos de funções de pertinência intervalares como:

$$\varphi_{B'}(y) = MIN_x\,(MAX(\varphi_{A'}(x),\ \varphi_{\Re}\,(x, y))) \tag{5.3}$$

onde $\varphi_{B'}(y)$ é a função de pertinência intervalar de B', $\varphi_{A'}(x)$ é a função de pertinência intervalar de A', e $\varphi_{\Re}$ (x, y) é a função de pertinência da relação de implicação intervalar.

A relação de implicação min-max intervalar é definida como:

$$\varphi_{\Re}\,(x,y) = MIN(MAX(\varphi_A(x),\ \varphi_B(y)),\ (1-\varphi_A(x))) \tag{5.4}$$

A interpretação gráfica para a inferência fuzzy min-max intervalar, é similar a interpretação fuzzy, sendo que neste caso se trabalha com as funções de limite inferior (f_i) e superior (f_s) gerando duas regiões fuzzy solução como mostra as regiões sombreadas da figura 4.

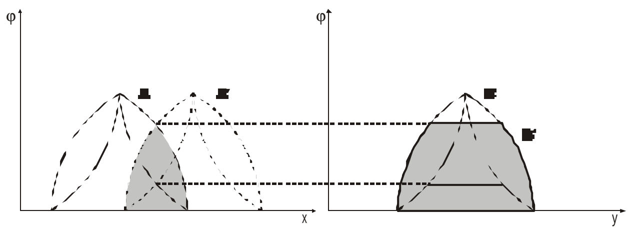

Figura 4. Interpretação Gráfica da Inferência Min-Max Intervalar

De acordo com o teorema da sessão 2.4, a função intervalar f: R→IR, onde f(x) = [f_i(x),f_s(x)], pode ser tratada como duas funções contínuas separadamente, ou seja o mecanismo de inferência é aplicado na função do limite inferior f_i e na função do limite superior f_s independentemente, gerando a região de limites inferior (B_i - figura 5) e superior (B_s - figura 6) do intervalo solução da função intervalar f.

A defuzzificação dessas regiões obtem um intervalo como solução, ou se preferir um valor real como solução, calcula-se o ponto médio desse intervalo [Silveira 2001b].

salientar que, nem sempre as funções limitantes (f_i e f_s) possuem o comportamente uniforme como o da figura 3.

4.2. Operações e Propriedades

As relações entre os operadores fuzzy e os operadores intervalares devem ser estabelecidas. Todos os operadores fuzzy podem ser naturalmente extendidos para intervalos [Yam 1999]. Por exemplo, as operações básicas definidas para conjuntos fuzzy:

União: $A \cup B \quad =\{(x, \max(\mu_A(x); \mu_B(x)))\}$ (4.2.1)

Intersecção: $A \cap B \quad =\{(x, \min((\mu_A(x); \mu_B(x)))\}$ (4.2.2)

Complemento: $\neg A \quad =\{(x, \mu_{\neg A}(x)) | \mu_{\neg A}(x)=1 - \mu_A(x)\}$ (4.2.3)

onde $x \in U$ (universo em discussão), μ_A é o grau de pertinência para o conjunto fuzzy A. Podem ser extendidas para conjuntos fuzzy intervalar.

Lembrando a definição de intervalo: $X = [a, b] = \{ x \in R / a \leq x \leq b\}$. Definindo o conjunto fuzzy intervalar como $A = \{(x, \varphi_A(x))\}$, onde $x \in R$ e $\varphi_A(x) \in I[0,1]$. E as operações MIN e MAX, o mínimo e o máximo definidas para intervalos.

$MIN([a_1, a_2]; [b_1,b_2]) = [\min(a_1,b_1), \min(a_2,b_2)]$ (4.2.4)

$MAX([a_1, a_2]; [b_1,b_2]) = [\max(a_1,b_1), \max(a_2,b_2)]$ (4.2.5)

Seja A e B conjuntos fuzzy intervalar e com $\varphi_A(x) = [a_1, a_2]$ e $\varphi_B(x)=[b_1,b_2]$, assim, pode-se definir as mesmas operações para conjuntos fuzzy intervalares como:

União: $A \cup B = \{(x, MAX(\varphi_A(x),\varphi_B(x)))\} = \{(x, [\max(a_1,b_1), \max(a_2,b_2)])\}$ (4.2.6)

Intersecção: $A \cap B = \{(x, MIN(\varphi_A(x),\varphi_B(x)))\} = \{(x,[\min(a_1,b_1), \min(a_2,b_2)])\}$ (4.2.7)

Complemento: $\neg A = \{(x, 1 - \varphi_A(x))\} = \{(x, [1-a_2, 1-a_1])\}$ (4.2.8)

5. Inferência Fuzzy Min-Max Intervalar

Na fuzzificação dos conceitos [Cox 1994, Bojadzieve 1996, Silveira 2000] uma função de pertinência é construída, podendo existir diferentes funções de pertinência para o mesmo conceito, de acordo com a subjetividade do especialista [Bojadzieve 1996, Nguyen 1999].

Dessa forma a escolha de uma determinada função de pertinência para um conceito gera uma incerteza, um erro, quanto aos valores de pertinência. Para os graus de 0, ou totalmente falso, e 1, ou totalmente verdadeiros, pode-se dizer que este erro não é relevante. No entanto quando estes valores vão se aproximando do centro do intervalo [0, 1], essas incertezas tendem a aumentar cada vez mais.

Para diminuir a incerteza a cerca do grau de pertinência pode-se definir as funções que delimitará e diminuirá o erro do especialista. Assim, o grau de pertinência pode ser dado por uma função de pertinência intervalar, mostrada na sessão 4.1.

A inferência fuzzy intervalar é dada através da utilização das definições fuzzy intervalar a seguir, desta forma da equação 3.1 obtém-se:

$B' = A' \circ \Re(x, y) = A' \circ (A \rightarrow B)$ (5.1) *pertinência não é um simples número real, mas um intervalo ou um conjunto de números reais possíveis.”*

Pior ainda, será que um especialista é capaz de afirmar que existe um grau de pertinência $\pi - 3$? Esse tipo de problema é frequente em sistemas que tratam com aproximações e arredondamentos. Com esses problemas o ideal é trabalhar com computação intervalar, para minimizar o erro do especialista. E se além disso, o sistema tratar de conhecimento impreciso? Então é necessário o uso da teoria dos conjuntos fuzzy. E porque não utilizar as duas soluções para o problema?

Alguns pesquisadores vêm trabalhando com a noção de “Interval Valued Fuzzy Sets (IVFS)”, como Turksen que propõe essa teoria inicialmente em 1986 [Turksen 1986]; Rocha em [Rocha 1996] que baseado em Turksen propõe os “Evidence Sets”; em [Kreinovich 2000a, 2000b] é mostrado a noção de intervalos como pares de valores fuzzy; e finalmente em [Silveira 2001a] é mostrada a presente abordagem, dentre outros.

4.1. Função de Pertinência Intervalar

A construção da função de pertinência intervalar é feita utilizando intervalos na função de pertinência fuzzy, assim, em vez de tratar o valor de pertinência como um número real em sua imagem, a função de pertinência definida para o conjunto fuzzy intervalar trabalhará com um intervalo de números reais no intervalo [0, 1] ou seja sub-intervalo do intervalo [0, 1] em sua imagem. Dessa forma, o conjunto fuzzy intervalar $A = \{(x, \varphi_A(x))\}$, onde $x \in R$ e $\varphi_A(x) \in I[0,1]$, com $I[0, 1] = \{ [a, b] \in IR \ / \ 0 \leq a \leq b \leq 1\}$. E φ_A é o grau de pertinência para o conjunto fuzzy intervalar A e I[0,1] é o conjunto dos intervalos entre 0 e 1.

A função de pertinência intervalar é definada em:

$$\varphi_A: U \rightarrow [0,1] \qquad (4.1.1)$$

onde U é o conjunto universo e A é um subconjunto do universo.

O grau de pertinência intervalar para um conjunto fuzzy intervalar A, é dado por $\varphi_A(x)$, obedecendo ao teorema 1, isto é, existem funções f_i, $f_s : R \rightarrow [0, 1]$ contínuas, tais que $\forall x \in R$, $\varphi_A(x) = [f_i(x), f_s(x)]$, portanto $f_i(x) \leq f_s(x)$, onde f_i é chamada de função de limite inferior e f_s de função de limite superior.

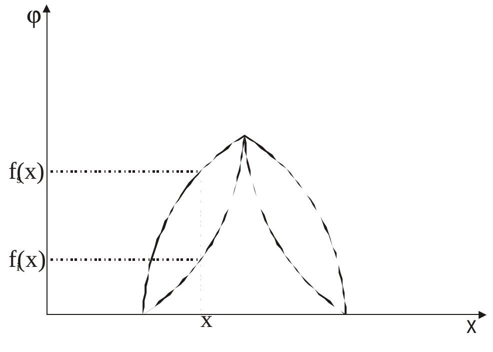

Figura 3. Conjunto Fuzzy Intervalar

A função de pertinência intervalar φ é dada pela justaposição das funções de limite inferior f_i e superior f_s. Na figura 3 está representado um conjunto fuzzy intervalar A qualquer. O grau de pertinência intervalar $\varphi_A(x) = [f_i(x),f_s(x)]$. É importante

$$\mu_{B'}(y) = \min_x (\max(\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y))) \quad (3.3)$$

onde $\mu_{B'}(y)$ é a função de pertinência de B', $\mu_{A'}(x)$ é a função de pertinência de A', e $\mu_R(x, y)$ é a função de pertinência da relação de implicação.

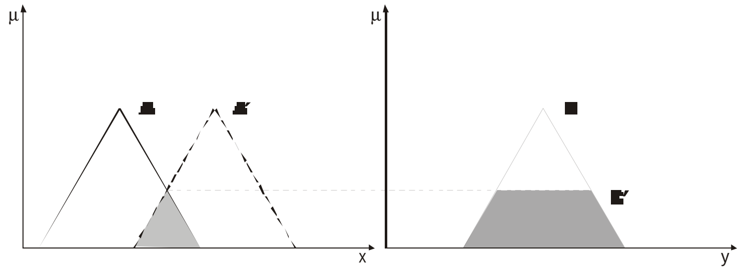

Figura 2. Interpretação Gráfica da GMP usando Inferência Min-Max

A relação de implicação min-max é definida como:

$$\mu_R(x,y) = \min(\max(\mu_A(x),\mu_B(y)),(1-\mu_A(x))) \quad (3.4)$$

Em regras com múltiplos antecedentes, a inferência inclue as operações de conjunção (and) ou disjunção (or) antes da conclusão de B'. As operações de conjunção e disjunção são usadas em conjuntos fuzzy como o máximo e o mínimo (veja sessão 4.2). No caso geral, o mecanismo de inferência é aplicado a várias regras, gerando muitas conclusões B_i'. A conclusão final do sistema é a conjunção de todos os B_i'.

O processo de inferência baseado na generalização do modus ponens não é único. Ele depende da representação das regras fuzzy e das operações sobre os conjuntos fuzzy [Kandel 1996]. Além disso, existem vários tipos de operadores de composição e implicação [Tsoukalas 1997].

4. Teoria Fuzzy Intervalar

Na lógica clássica só existe duas possibilidades para representar os valores verdades das proposições, verdadeiro e falso, que são representados no computador por 1 e 0 respectivamente.

Para representar as incertezas, Zadeh criou a lógica fuzzy, a qual utiliza graus de pertinência para os valores verdade no intervalo entre [0, 1]. Essa notação tem sido utilizada com sucesso em muitas aplicações.

Porém em algumas situações é desejável que os valores não sejam pontos no intervalo [0, 1] e sim valores mais genéricos. Em [Yam 1999] é dado três exemplos desta situação, mas mostraremos apenas o primeiro, que trata de uma representação mais adequada de grau de pertinência:

> *"A lógica fuzzy é baseada no intervalo [0, 1], que descreve as incertezas de um especialista através de um número real. Porém se um especialista está incerto sobre alguma coisa, ele pode estar incerto sobre a sua crença do grau de pertinência desta coisa, e é possível que o especialista não seja capaz de descrever exatamente o seu grau de incerteza; isto é, uma pessoa pode significativamente distinguir entre o grau de pertinência de 0.6 e 0.7, mas ninguém é capaz de descrever que sua crença do grau de pertinência é 0.6 e não 0.601. Assim um resultado, uma representação mais adequada de graus de*

2.3. Função Intervalar

Seja f: X → Y uma função.

Se X = Dom(f) $\subseteq$ IR e Y = Cod(f) $\subseteq$ IR, X → f(X), então f é uma função intervalar de uma variável intervalar.

Exemplo: f : IR → IR uma função intervalar: X → f (X) = [2, 3].X + [4, 5]

2.4. Continuidade

A noção de continuidade é uma noção advinda de espaços topológicos. O conjunto dos números reais, R, assim como RXR, têm uma topologia bem aceita no mundo matemático, e portanto uma noção de continuidade. Essa noção de continuidade coincide com a visão geométrica de continuidade de funções no plano cartesiano. Como IR pode ser encarado como um subconjunto de RXR, é razoável esperar que uma função intervalar seja contínua se, e somente se, ela for contínua na subtopologia de RXR induzida por IR. Um resultado clássico é que uma função f:R → RXR é contínua se existem duas funções f_1:R → R e f_2:R → R contínuas [Dugundji 1966]. Uma extensão natural desse resultado para IR é o seguinte:

Teorema 1: Seja f:R → IR. f é contínua se, e somente se, existem funções contínuas f_i: R → R e f_s: R → R tais que $f(x)=[f_i(x), f_s(x)]$, portanto $f_i(x) \leq f_s(x)$ para cada $x \in$ R.

3. Inferência Fuzzy Min-Max

Os sistemas baseados em regras possuem um mecanismo de inferência para gerar conclusões a partir das entradas fornecidas e das regras armazenadas em sua base de conhecimento. Os sistemas fuzzy possuem procedimentos de inferência também chamados de raciocínio aproximado ou raciocínio fuzzy [Jang 1997]. A inferência fuzzy utiliza uma generalização da inferência modus ponens (GMP) e uma regra de inferência composicional, assim a inferência fuzzy é definida como:

R: x is A → y is B

x is A' (GMP)

---

y is B'

Logo, B' = A' ° R(x, y) = A' ° (A→B) (3.1)

onde A, A' B e B'são conjuntos fuzzy, x e y são variáveis fuzzy, R(x, y) é a relação binária fuzzy de implicação e ° é o operador de composição. O conjunto fuzzy B' também chamado de região fuzzy solução B' é ilustrada na região sombreada da figura 2. No caso a inferência fuzzy min-max utiliza os operadores de composição e implicação min-max [Tsoukalas 1997].

A composição min-max para o grau de pertinência de duas relações fuzzy R_1 e R_2 é dado por:

$$\mu_{R1 \circ R2}(x,z) = \min_y (\max(\mu_{R1}(x,y), \mu_{R2}(y,z))) \quad (3.2)$$

Assim, a equação (3.1) pode ser definida em termos de funções de pertinência como:

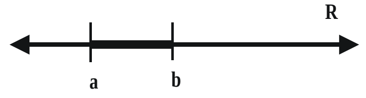

Figura 1. A Reta Real

Exemplo: Os intervalos [2, 3], [5, 5], [-7, -3] e [-6, 4] são exemplos de alguns intervalos. Observe que os intervalos da forma [a, a] representam números reais, como o intervalo [5, 5] que representa o número real 5, pois o único elemento do intervalo [5, 5] é o número real 5. Esses intervalos são chamados *intervalos degenerados*.

O conjunto de todos os intervalos é definido como sendo IR = $\{[a,b] \ / \ a,b \in R$ e $a \leq b\}$

2.1.2. Igualdade

Sejam $X = [x_1, x_2]$ e $Y = [y_1, y_2]$ dois intervalos de IR. Então X = Y se, e somente se, $x_1 = y_1$ e $x_2 = y_2$.

Assim como a igualdade, a definição das operações básicas aritméticas intervalares pode ser feita através das operações com conjuntos da reta real. Essas operações são mostradas a seguir.

2.1.3. Operações Aritméticas Intervalares

Sejam X = [a, b] e Y = [c, d]. As operações aritméticas com intervalos são definidas sobre os extremos de seus intervalos, como é mostrado a seguir [Moore 1966].

2.1.3.1. Soma:

$X + Y = [a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$

2.1.3.2. Pseudo Inverso Aditivo

$- X = [-b, -a]$

2.1.3.3. Subtração:

$X - Y = X + (-Y) = [a, b] + [-d, -c] = [a - d, b - c]$

2.1.3.4. Multiplicação:

$X . Y = [a, b] . [c, d] = [\min\{ac, bc, ad, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$

2.1.3.5. Pseudo Inverso Multiplicativo

Se $[0,0] \notin X$ então: $X^{-1} = 1/X = [\ 1/b\ , 1/a]$

2.1.3.6. Divisão:

$X/Y=X.1/Y=[a,b].[1/d,1/c]=[\min\{a/d,b/d,a/c,b/c\},\max\{a/d,b/d,a/c,b/c\}]$, se $0 \notin [c, d]$

Pode-se encontrar a prova e exemplos dessas operações em [Oliveira 1997]. Assim como as operações muitas propriedades também são definidas para intervalos.

A integração da teoria intervalar aos sistemas fuzzy porém, não é uma tarefa trivial, envolvendo várias etapas, como a definição das operações e propriedades que geram uma teoria fuzzy intervalar, baseadas em operações e propriedades definidas nas teorias intervalar e fuzzy respectivamente. Outro ponto que deve ser considerado é a construção da função de pertinência para um sistema fuzzy intervalar, produzindo uma função intervalar. Além disso, devem ser construídos métodos de inferência e defuzzificação para finalizar a especificação do sistema fuzzy intervalar.

O principal objetivo desse trabalho é descrever a utilização de intervalos na construção da inferência fuzzy min-max, propondo assim uma inferência fuzzy min-max intervalar, gerando um novo paradigma para representação de problemas que envolva o raciocínio aproximado.

Esse artigo está dividido da seguinte forma, na sessão seguinte será introduzida a teoria intervalar, contendo as definições das operações aritmética intervalar e função intervalar; para ser colocada uma teoria fuzzy intervalar na sessão 4, mostrando uma motivação, algumas propriedades, a definição da função de pertinência intervalar, proposta por [Silveira 2001a]; antes porém, na sessão 3, é abordada a inferência fuzzy min-max, levando-se em consideração que o leitor já conheça a teoria fuzzy, para posteriormente, na sessão 5, ser colocada a inferência fuzzy min-max intervalar.

2. Teoria Intervalar

A qualidade do resultado na computação científica depende do conhecimento e controle dos erros na computação dos dados. Para resolver essa questão surgiu a matemática intervalar baseada na aritmética de Moore [Moore 1966].

Existem três tipos de fontes de erros em computação numérica clássica (a qual representa números reais como ponto flutuante): a propagação do erro nos dados iniciais, os arredondamentos e o erro de truncamento. A matemática intervalar busca resolver esse problema que se concentra fundamentalmente em dois aspectos:

1. Na criação de um modelo computacional que exprima o controle e a análise dos erros que ocorrem no processo computacional;

2. Na escolha de técnicas de programação adequadas para desenvolvimento de softwares científicos buscando minimizar os erros nos resultados.

2.1. Aritmética Intervalar

Assim como a teoria dos conjuntos fuzzy, a teoria dos intervalos possui uma aritmética bem definida matemáticamente onde são definidas as principais operações aritméticas para intervalos, baseadas nas respectivas operações aritméticas reais sobre os extremos dos intervalos [Moore 1966, Oliveira 1997].

2.1.1. Intervalo de Reais

Seja R o conjunto dos números reais, e sejam a, b $\in$ R, tais que $a \leq b$. Então o conjunto $\{ x \in R \ / \ a \leq x \leq b \}$ é um intervalo de reais ou simplesmente um intervalo, que será denotado por: $X = [a, b] = \{ x \in R \ / \ a \leq x \leq b \}$. Os pontos do conjunto dos intervalos de reais serão denotados por letras latinas maiúsculas, tais como X, Y, Z,...

Uma Inferência Fuzzy Min-Max Intervalar

Maria Mônica Macêdo Torres Silveira, Benjamín René Callejas Bedregal

Laboratório de Lógica e Inteligência Computacional– Departamento de Informática e Matemática Aplicada – Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) Campus Universitário – Lagoa Nova – CEP 59.072-970, Natal – RN – Brasil

{mmmt,bedregal}@dimap.ufrn.br

***Abstract**. The development of robust and reliable systems requests the use of techniques able to implement the day-by-day problems. In the implementation of systems that use the approximate reasoning, the fuzzy technique has been used with success. However, there are situations where this technique doesn't satisfy totally the characteristics of the problem. So, trying to improve the results alternatives, have been searched, the use of the interval theory to fuzzy systems trying to minimize the implementation errors of the values supplied by the specialist. In this work is described a way of solving the specialist's mistake problem in the approximate reasoning representation, proposing for that an interval min-max fuzzy inference.*

***Resumo**. O desenvolvimento de sistemas robustos e confiáveis requer a utilização de técnicas capazes de implementar os problemas do dia-a-dia. Na implementação de sistemas que utilizam o raciocínio aproximado, a técnica fuzzy tem sido utilizada com sucesso. No entanto, há situações em que essa técnica não satisfaz totalmente as características do problema. Assim, tentando melhorar os resultados, tem-se procurado alternativas, a utilização da teoria intervalar a sistemas fuzzy, que procura uma forma de minimizar os erros de implementação dos valores fornecidos pelos especialista. Neste trabalho é descrita uma forma de solucionar o problema do erro do especialista na representação do raciocínio aproximado, propondo para tanto uma inferência fuzzy min-max intervalar.*

1. Introdução

A busca por técnicas para o tratamento dos problemas do dia-a-dia não pára, pois cada vez mais tenta-se obter resultados mais satisfatórios nas soluções dos sistemas computacionais. Em sistemas que envolva o raciocínio aproximado esta busca é ainda mais intensiva pois, deseja-se soluções mais próximas possível ao raciocínio humano.

Os sistemas fuzzy vêm sendo utilizados com sucesso, nos últimos anos, em problemas que envolvam o raciocínio aproximado [Zadeh 1965, Bojadzieve 1996, Gottgtroy 1996, Kandel 1996, Kasabov 1996, Nguyen 1999]. No entanto, na busca de melhorar as soluções desses sistemas, vários pesquisadores vêm estudando outras áreas e produzindo trabalhos que associem estas a sistemas fuzzy, por exemplo, a teoria fuzzy e a matemática intervalar tem sido associadas em trabalhos como [Kearfott 1996, Rocha 1996, Mukaidono 1999, Kreinovich 1999, Kreinovich 2000a, Kreinovich 2000b, Silveira 2001] e muitos outros. Assim, muitos livros textos e monografias de conjuntos fuzzy e técnicas fuzzy têm dedicado um capítulo ou sessão sobre a computação intervalar [Bojadzieve 1996, Nguyen 1999].