

8. Expressões lógicas

DIM0320

2015.1

Sumário

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

Definições

Definição (Proposição)

Uma **proposição** é uma frase declarativa ($\neq$ imperativa, interrogativa ou exclamativas) à qual podemos atribuir um valor de verdade.

Propriedades das proposições (clássicas)

Terceiro excluído

Uma P é ou verdadeira ou falsa (não tem uma 3a. possibilidade).

Coerência

Uma proposição P não poder ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo.

Exemplo (Proposições)

- Sócrates é mortal.
- $1 + 1 = 3$
- "O Brasil é hexacampeão" $\neq$ "7 - 1"

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas**
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

Categorias de proposições

Conectivos lógicos

Binários $\vee, \wedge, \oplus, \Rightarrow (\supset), \iff, \uparrow, \downarrow$

Unários $\neg$

Proposição atômica, literal

- Um **literal** é uma proposição sem sub-proposição, sem conectivos.
- Uma **proposição atômica** é um literal ou a negação de um literal.

Proposição composta

- Qualquer proposição formada a partir de
 - ▶ uma proposição + conectivo lógico unário
 - ▶ duas proposições + conectivo lógico binário
- $P ::= P \wedge P \mid P \vee P \mid P \oplus P \mid \neg P \mid \dots$

Conjunção

Tabela de verdade

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Observação

Para qualquer proposição P

- $V \wedge P = P$
- $F \wedge P = P \wedge F = F$

Disjunção

Tabela de verdade

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Observação

Para qualquer proposição P

- $F \vee P = P$
- $V \vee P = P \vee V = V$

Negação

Tabela de verdade

p	$\neg p$
V	F
F	V

Notações

- $\neg p$
- $\bar{p}$

Disjunção exclusiva

Tabela de verdade

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Observação

$$p \oplus q = (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal**
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

Conectivos lógicos em Portugal

Proposições em Portugal

- As relações/comparações da aula 7 são proposições.
- Os operadores lógicos permitem a **combinação** dessa relações. Assim, poderemos construir **expressões lógicas**.

Lista e prioridades

Em ordem de prioridade decrescente:

Conector	Operação
nao	negação
e	conjunção
xou	disjunção exclusiva
ou	disjunção

Relações e expressões lógicas

Propriedades

- Expressões relacionais são um subconjunto das expressões lógicas.
- São expressões lógicas **sem conectivo**

Prioridade

$a > b + c$ e $c = 5 - a$.

Combinação de relações

- $(a <> 4 + b)$ ou $(2 * 5 \% c = 1)$ e $(a <= 5 - c)$
- $\text{nao } (c * 2 > 10)$ ou $(c - 3 <> 4)$ ou $(b > c * 4)$

Prioridades

Em ordem decrescente de prioridade:

Operadores
+, - (unários)
*, /, \, %, ^
+, -
>, <, <=, >=, <>, =
nao
e
xou
ou

Avaliação

Lembretes

Para qualquer proposição P

- $V \wedge P = P$
- $F \vee P = P$
- $F \wedge P = F$
- $V \vee P = V$

Avaliação **preguiçosa** dos operadores (e, ou)

$$\begin{aligned} \underline{2 - 1} = \underline{1 + 0} \text{ ou } \text{int}(\text{rand}()) = 4 &\rightarrow \underline{1 = 1} \text{ ou } \text{int}(\text{rand}()) = 4 \\ &\rightarrow \text{verdadeiro} \text{ ou } \text{int}(\text{rand}()) = 4 \\ &\xrightarrow{\text{simpl}} \text{verdadeiro} \end{aligned}$$

- Prioridades explícitas: $((2 - 1) = (1 + 0)) \text{ ou } (\text{int}(\text{rand}()) = 4)$

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas**
- 5 Exercícios

Média harmônica ponderada

Definição

Seja:

- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ uma sequência de valores e
- $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ o peso associados a estes valores.

A média harmônica ponderada é:

$$\bar{x} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i / \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{x_i} & \text{se } \forall i, 1 \leq i \leq n, x_i \neq 0 \\ 0 & \text{senão} \end{cases}$$

Assunto

Escreva um algoritmo que lê três (3) valores e pesos associados e calcula a média harmônica ponderada das notas.

Algoritmo I

```
algoritmo "Media harmonica ponderada"
var v1, v2, v3, w1, w2, w3, media : real
inicio
  escreva("Entre com o primeiro par valor, peso: ")
  leia(v1, w1)
  escreva("Entre com o segundo par valor, peso: ")
  leia(v2, w2)
  escreva("Entre com o terceiro par valor, peso: ")
  leia(v3, w3)
  se (v1 <> 0) e (v2 <> 0) e (v3 <> 0) entao
    media <- (w1 + w2 + w3) / (w1 / v1 + w2 / v2 + w3 / v3)
  senao
    media <- 0
  fimse
  escreva("A media harmonica ponderada dos tres valores e: " , media)
finalgoritmo
```

Algoritmo II

```
algoritmo "Media harmonica ponderada"
var v1, v2, v3, w1, w2, w3, media : real
inicio
  escreva("Entre com o primeiro par valor, peso: ")
  leia(v1, w1)
  escreva("Entre com o segundo par valor, peso: ")
  leia(v2, w2)
  escreva("Entre com o terceiro par valor, peso: ")
  leia(v3, w3)

  // Inicializacao default
  media <- 0

  // So trocar nesse caso
  se (v1 <> 0) e (v2 <> 0) e (v3 <> 0) entao
    media <- (w1 + w2 + w3) / (w1 / v1 + w2 / v2 + w3 / v3)
  fimse
  escreva("A media harmonica ponderada dos tres valores e: " , media)
finalgoritmo
```

Resumo

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

Perguntas ?



<http://dimap.ufrn.br/~richard/dim0320>

- 1 Lógica proposicional
- 2 Proposições compostas
- 3 Expressões lógicas em Portugal
- 4 Condições compostas
- 5 Exercícios

Assuntos

- ① Avaliar as seguintes expressões lógicas, usando as regras de precedências do Portugal :

① falso ou $10 \% 5 * 2 <> 5 * 2 + 1$

② nao falso e $3 * 3 \setminus 3 < 15 - 5 \% 7$

③ $5 * 9 = 90 \setminus 3 + 2.5 * 7$ ou $8 <> 7 * 8 \% 10 + 2 * 2$.

- ② Suponha que x seja uma variável do tipo inteiro e considere a seguinte expressão lógica:

$$(x \% 3 = 0) \text{ e } (x \% 7 = 0)$$

Então, para quais valores de x a expressão lógica acima avalia para o valor verdadeiro?

- ③ Suponha que x e y sejam uma variáveis do tipo inteiro. Escreva uma expressão lógica envolvendo x e y que avalie para o valor verdadeiro se, e somente se, o valor de x for ímpar e não for maior do que 11 ou o valor de y for ímpar e não menor que 43.

Nou

O nou ($\uparrow$) o **conectivo de Sheffer** é verdadeiro se pelo menos um dos operandos for falso.

p	q	$p \uparrow q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

- Expressar ou, e, xou nao em função de **nou**

Algoritmo e tabelas de verdade

```
se a entao
  se b entao
    se c entao
      r <- verdadeiro
    senao
      r <- falso
  fimse
senao
  r <- falso
fimse
se b entao
  se c entao
    r <- verdadeiro
  senao
    r <- falso
  fimse
senao
  se c entao
    r <- verdadeiro
  senao
    r <- falso
  fimse
fimse
fimse
```

Assunto (2014.2)

Considere o trecho de código ao lado, com a , b , c , r variáveis do tipo lógico.

Quais das expressões lógicas abaixo correspondem ao trecho de código acima ?

- ① $(b \text{ e } c) \text{ ou } (\text{nao } a \text{ e } c \text{ e } \text{nao } b)$
- ② $(b \text{ ou } c) \text{ e } (a \text{ ou } \text{nao } c)$
- ③ $c \text{ xou } (a \text{ e } b)$

Arredondamento

Assunto

- Seja r um real, d_r a parte decimal dele, t_r o truncamento.
- O arredondamento a de r **para o inteiro mais próximo** é o valor $a(r)$

r	d_r	$a(r)$
≥ 0	≥ 0.5	$t_r + 1$
≥ 0	< 0.5	t_r
< 0	≥ 0.5	$t_r - 1$
< 0	< 0.5	t_r

Escreva um algoritmo que dado um número real, escreve o inteiro arredondado dele.