

## Utilização de Técnicas de Adaptação de Malhas para a Simulação Numérica de Escoamento em Meios Porosos

**Martina Tamires Lins Cezano, Lícia Mouta da Costa**

Núcleo de Tecnologia, CAA, UFPE, 55.002-970, Caruaru, PE  
martinalins@gmail.com, licia@ufpe.br

**Paulo Roberto Maciel Lyra**

Depto de Engenharia Mecânica, CTG, UFPE, 50.740-470, Recife, PE  
prmlyra@ufpe.br

**Darlan Karlo Elisiário de Carvalho**

Núcleo de Tecnologia, CAA, UFPE, 55.002-970, Caruaru, PE  
dkarlo@uol.com.br

**Resumo:** *O escoamento multifásico e multicomponente de fluidos em meios porosos é um fenômeno que envolve um conjunto de processos complexos e de difícil modelagem matemática. Quando se trabalha com métodos numéricos para a simulação destes escoamentos, dificilmente obtém-se a solução exata. Isto ocorre devido aos diversos tipos de erro intrínsecos a estes métodos. Uma das principais fontes de erro é o chamado erro de discretização espacial, que está ligado à representação do domínio através de uma malha discreta e à aproximação numérica do modelo matemático. A fim de minimizar este erro, utilizamos adaptação de malhas. Procuramos obter uma malha mais refinada nas regiões onde o erro esteja acima de uma tolerância desejada e uma representação mais grosseira onde a solução esteja com precisão maior que a requerida. A estratégia de adaptação de malhas adotada foi à redefinição global da malha em função dos espaçamentos “ótimos” calculados através de uma análise de erros “a-posteriori”. Nosso trabalho envolve o acoplamento de um módulo de adaptação de malhas 2-D com o Pré/Pós-Processador GiD, com o software CODE-BRIGHT, que é um programa que permite a simulação de fenômenos complexos, incluindo o escoamento multifásico de fluidos em meios porosos e um programa de análise de erros. A fim de avaliar o desempenho da metodologia estudada, um problema envolvendo o escoamento monofásico de um fluido incompressível (ex. água ou óleo) em meios porosos heterogêneos foi resolvido.*

**Palavras-chave:** Adaptação de Malhas; Escoamento em Meios Porosos; Simulação Numérica, Método dos Elementos Finitos.

## Introdução

O transporte multifásico e multicomponente de fluidos em meios porosos é um fenômeno que envolve um conjunto de processos físicos e químicos bastante complexos e de difícil modelagem física e matemática [4,6]. Dois temas de extremo interesse social e econômico e que envolvem a modelagem numérica e computacional de tais processos são: a simulação do transporte de poluentes em aquíferos (águas subterrâneas) e a simulação do fluxo de petróleo e água em reservatórios de petróleo [4,6].

A contaminação da água subterrânea por poluentes ocorre devido a diferentes fatores que vão desde poluição doméstica até a contaminação “natural” pelo próprio meio ambiente em que se encontra o aquífero. Por outro lado, o desenvolvimento da capacidade de prever o comportamento dos fluidos em reservatórios de menor ou maior complexidade estrutural é essencial para a aplicação racional do capital pelas empresas petrolíferas. Uma avaliação adequada do comportamento do reservatório quando submetido a diferentes estratégias de produção permite a economia de recursos e a maximização dos lucros [4,7].

Quando se trabalha com métodos numéricos para resolução de problemas complexos, como o caso de escoamento de fluidos em meios porosos, dificilmente tem-se como resultado da análise uma solução exata. Isto se dá devido aos diversos tipos de erro intrínsecos a estes métodos [1,10]. Uma das principais fontes de erro é o chamado erro de discretização espacial. Este erro está diretamente ligado à representação do domínio estudado através de uma malha discreta e à aproximação numérica do modelo matemático. Com o objetivo de minimizar o erro de discretização espacial, podemos utilizar as técnicas de adaptação de malhas. Nestes tipos de abordagem procura-se ter uma representação mais fiel da solução nas regiões onde o erro esteja acima de uma tolerância desejada, e a fim de ganhar eficiência computacional, uma representação

mais grosseira onde a solução esteja com precisão maior do que a requerida.

Tendo em vista o exposto anteriormente, no presente trabalho pretendemos implementar uma estratégia de adaptação automática de malhas por redefinição global de malhas (Global Remeshing), a fim de simular o escoamento monofásico em meios porosos [2,9].

## Metodologia

A fim de implementar/controlar todo o procedimento adaptativo, foi feita o acoplamento de um pacote de adaptação de malhas com o programa CODE-BRIGHT, que é um pacote computacional poderoso para a simulação de escoamentos em meios porosos [6], e com o GiD, que é um programa comercial utilizado para o pré e para o pós-processamento [8], a partir de um programa escrito no MATLAB [11] e que controla toda a troca de informações entre os diferentes programas envolvidos no processo de adaptação de malhas.

Junto ao programa de acoplamento de adaptação utilizamos uma ferramenta de análises erros [1,2,3,10], que controla todo o processo adaptativo. Ela indica os parâmetros para a formação da nova malha adaptada, bem como os critérios de parada do procedimento adaptativo. Esta análise se baseia numa estimativa de erros “*a-posteriori*” em que os gradientes da solução nos elementos obtidos diretamente pelo método dos elementos finitos são comparados com os gradientes recuperados obtidos através de uma técnica de recuperação de gradientes. Para a estratégia de adaptação, o programa de análise de erro calcula os espaçamentos necessários que uma malha deveria ter para satisfazer a tolerâncias estabelecidas pelo usuário a partir de um parâmetro de erro global calculado usando-se uma análise de erros “*a-posteriori*”. Devido ao fato de, durante a análise, termos de lidar com singularidades (como no caso de poços injetores e produtores), calculam-se os erros de duas formas diferentes, os quais são comparados com duas tolerâncias pré-estabelecidas pelo usuário. No primeiro caso, calcula-se o erro global da solução levando-se em consideração os erros de todos os elementos da malha. No segundo caso, excluem-se do cálculo os elementos que não podem ser mais refinados pelo critério de adaptação, ou seja, aqueles que possuem altura igual à mínima também pré-estabelecida pelo usuário, reconhecendo, que, nestes casos, existe uma singularidade.

Inicialmente, foi realizada uma série de experimentos computacionais que ajudaram a determinar a eficácia da estratégia de adaptação de malhas adotadas para a modelagem e simulação de escoamentos monofásicos em reservatórios de petróleo. Nestes experimentos foram comparadas a acurácia das soluções obtidas com e sem a utilização

do procedimento adaptativo em problemas envolvendo meios porosos homogêneos e heterogêneos, bem como o ganho computacional (i.e. redução de memória e tempo de cpu) associado, inferido aqui apenas pela redução do número de graus de liberdade decorrentes do uso do procedimento adaptativo. A seguir apresentamos um pequeno algoritmo que resume o processo.

1. *Geração do Modelo Físico e Geométrico (GiD)*
2. *Geração de Malhas (GiD)*
3. *Solução do Sistema de Equações (Codebright)*
4. *Análise de Erros (Erro)/Cálculo dos Novos Espaçamentos*
  - Erro < Tolerância*
  - Saída de Resultados/Finalização do Programa Se Não:*
  - Associação dos Novos Espaçamentos a Malha Atual*
  - Volte ao Passo 2*

Vale lembrar que, a cada etapa do processo adaptativo, a solução da malha corrente poderia ser utilizada como estimativa inicial do “solver” CODE-BRIGHT para a solução do problema na malha adaptada. Esta estratégia poderia ser testada a fim de verificar seu efeito no tempo de solução do sistema de equações por parte do CODE-BRIGHT.

## Resultados

A fim de ilustrar o procedimento adaptativo, mostramos alguns exemplos com escoamento monofásico num reservatório com uma configuração de ¼ de cinco poços em que água é injetada no canto inferior esquerdo, sendo produzida no canto superior direito.

**EXEMPLO 1:** Neste exemplo, o reservatório é homogêneo. Este problema foi resolvido em modos diferentes: 1. utilizando uma malha inicial grosseira; 2. uma malha uniformemente refinada; 3. o procedimento adaptativo proposto neste trabalho. Nas figuras 1, 2, 3, e 4 apresentamos a geometria do problema, a malha inicial, primeira malha adaptada e a malha final adaptada, respectivamente. A figura 5 mostra uma malha uniformemente refinada que apresenta um erro global equivalente a malha adaptada.

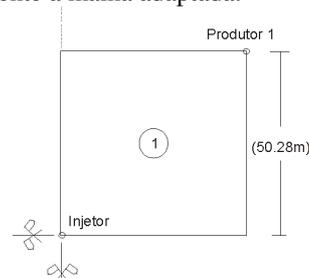


Figura 1. Geometria do problema de escoamento monofásico num reservatório ¼ de cinco poços.

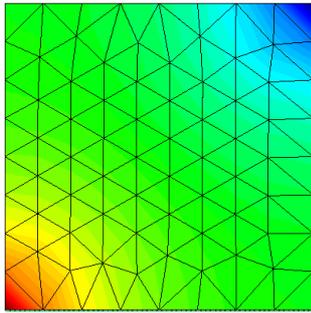


Figura 2. Malha inicial com 84 nós e 134 elementos,  $E_G=33\%$ .

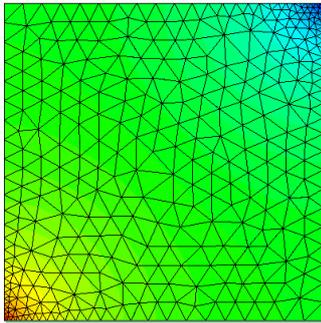


Figura 3. Primeira malha adaptada com 363 nós e 624 elementos e  $E_G=27\%$ .

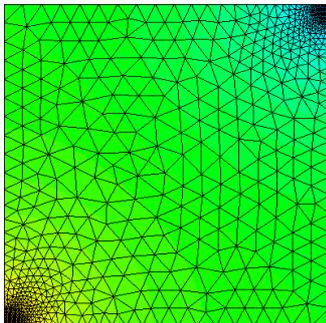


Figura 4. Malha final com 753 nós e 1384 elementos,  $E_G=24,5\%$  e  $E_{G_{\min}}=10,3\%$ .

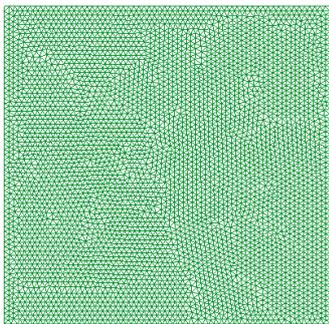


Figura 5. Malha refinada com 4627 nós e 9000 elementos,  $E_G=25\%$

Notamos claramente, que o procedimento adaptativo permitiu que gerássemos uma solução dentro da tolerância estabelecida de modo muito mais eficiente computacionalmente que usando uma malha

uniformemente adaptada, pois o  $E_G=24,5\%$  foi atingido ao final de apenas duas adaptações numa malha com 753 nós e 1384 elementos, enquanto que um erro similar só foi obtido numa malhas uniformemente com 4627 nós e 9000 elementos, onde o erro  $E_G=25\%$ . Ou seja, as razões entre o número de nós e de elementos de uma malha uniforme e a malha adaptada são de, respectivamente, 6.144 e 6.5029.

**EXEMPLO 2:** Neste exemplo, existem duas barreiras perpendiculares no interior do reservatório. Nas figuras 6, 7, 8 e 9, apresentamos a geometria do problema, a malha inicial, primeira malha adaptada e a malha final adaptada, respectivamente.

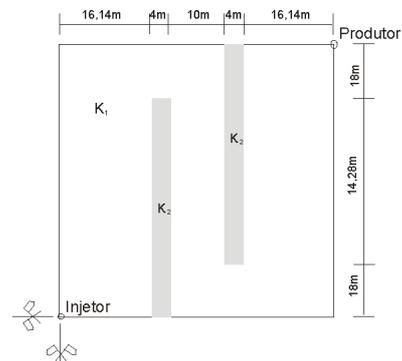


Figura 6. Geometria de  $\frac{1}{4}$  cinco poços monofásicos com duas barreiras.

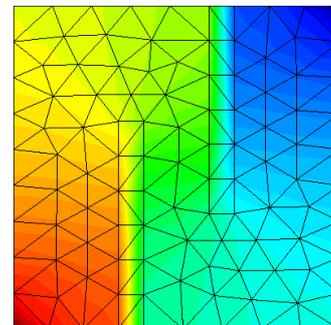


Figura 7. Malha inicial com 109 nós e 180 elementos,  $E_G=104,35\%$ .

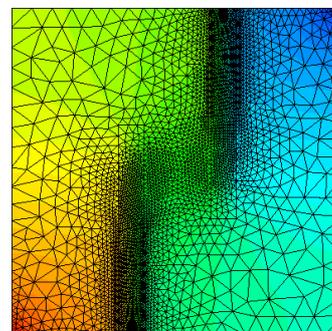


Figura 8. Primeira malha adaptada com 4418 nós e 8670 elementos,  $E_G=17\%$  e  $E_{G_{\min}}=12\%$ .

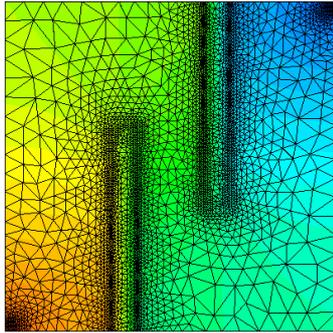


Figura 9. Malha final com 3809 nós e 7465 elementos,  $E_G=15\%$  e  $E_{Gmin}=6,5\%$ .

Como pode ser observada na seqüência de malhas, a adaptação refinou nos poços e ao longo das barreiras conforme o esperado devido aos altos gradientes de pressão existentes nestas regiões.

**EXEMPLO 3:** Neste exemplo, estamos usando um reservatório que apresenta uma configuração “Tabuleiro de Xadrez”. A razão de permeabilidades entre os dois materiais é de 100. Nas figuras 10, 11, 12, e 13, apresentamos a geometria do problema, a malha inicial, primeira malha adaptada e a malha final adaptada, respectivamente. A figura 14 mostra uma malha uniformemente refinada cujo erro global é aproximadamente igual ao da malha adaptada final.

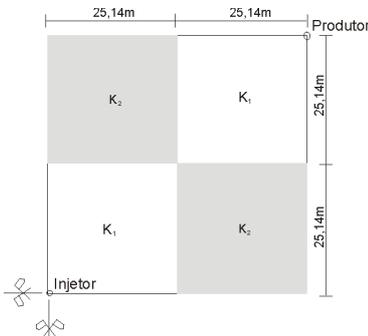


Figura 10. Geometria do problema de escoamento monofásico num reservatório de  $\frac{1}{4}$  de cinco poços com configuração de “Tabuleiro de Xadrez”.

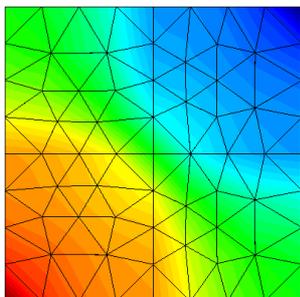


Figura 11. Malha inicial com 73 nós e 112 elementos,  $E_G=35\%$ .

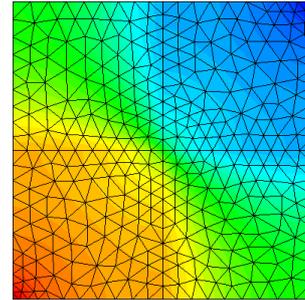


Figura 12. Primeira malha adaptada com 365 nós e 648 elementos,  $E_G=27\%$

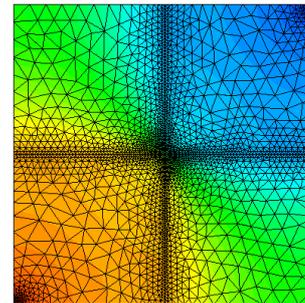


Figura 13. Malha Adaptada final com 2296 nós e 4457 elementos,  $E_G=17\%$  e  $E_{Gmin}=12\%$ .

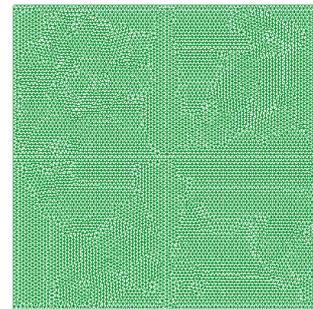


Figura 14. Malha refinada com 8128 nós e 15918 elementos,  $E_G=17\%$ .

Neste exemplo, observamos novamente, que o procedimento adaptativo permitiu que gerássemos uma solução dentro da tolerância estabelecida de modo muito mais eficiente computacionalmente que o obtido com uma malha uniforme, pois o  $E_G=17\%$  foi atingido com apenas duas adaptações numa malha com 2296 nós e 4457 elementos, enquanto que um erro similar só foi obtido numa malha uniforme com 8128 nós e 15918 elementos, onde o erro  $E_G=17\%$ . Ou seja, as razões entre o número de nós e de elementos de uma malha uniforme e a malha adaptada são de, respectivamente, 3.54 e 3.57.

## Conclusões

No presente trabalho, construímos um módulo de adaptação automática de malhas via redefinição global de malhas (remeshing) para a modelagem e simulação de escoamentos monofásicos em meios porosos. Os programas de controle do procedimento adaptativo foram construídos usando a linguagem do MATLAB.

Para o pré e pós processamento, utilizamos o “software” comercial GiD, para a análise de erros, utilizamos um programa “in-house”, e para a modelagem e simulação do escoamento em meios porosos, utilizamos o programa CODE-BRIGHT. A despeito de algumas limitações da estratégia escolhida (ex. troca de informações feita através de arquivos de texto), a metodologia se mostrou bastante promissora para a modelagem de problemas complexos envolvendo o escoamento em meios porosos homogêneos e heterogêneos, atingindo um bom compromisso entre acurácia e uso dos recursos computacionais.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) e a Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) pelo apoio financeiro.

## Referências

- [1] ARAÚJO, F. S., 2001. Sistema Integrado para Adaptação Tipo H de Malhas Não-Estruturadas Triangulares, Quadrilaterais e Mistas. Relatório Final de Iniciação Científica PIBIC/CNPq.
- [2] ARAÚJO, F. S. DE, LYRA, P.R.M., CARVALHO, D.K.E. DE, Um Estudo Comparativo de Dois Procedimentos de Adaptação de Malhas ao Resolver Problemas Modelos de Reservatórios Através de uma Formulação do MVF com Estrutura de Dados por Aresta, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2004), in CD-ROM, 2004.
- [3] CARVALHO, D. K. E. Um Sistema Computacional Para Geração E Adaptação De Malhas Não-Estruturadas Bidimensionais, Depto. de Eng. Mecânica UFPE, Dissert. Mestrado, 2001.
- [4] CARVALHO, Darlan K. E. de, Uma Formulação Do Método Dos Volumes Finitos Com Estruturas De Dados Por Aresta Para A Simulação De Escoamento Em Meios Porosos, Depto. de Eng. Civil - UFPE, Tese de Doutorado, 2005.
- [5] CODE\_BRIGHT, A 3-D program for thermo-hydro-mechanical analysis in geological media (2002), User's Guide.
- [6] COSTA, L. M. Análise Hidro-Mecânica de Solos Não Saturados com Aplicação a Barragem de Terra. Tese de Doutorado. COPPE, UFRJ, 2000.
- [7] EWING, R. E. In: EWING, R. E. (editor), The Mathematics of Reservoir Simulation. Philadelphia, SIAM, 1983.
- [8] GiD, The Personal Pre and Postprocessor. 2006, CIMNE.
- [9] LYRA, P.R.M., CARVALHO, D.K.E. DE, WILLMERSDORF, R.B., ALMEIDA, R.C.,

Transient Adaptive Finite Element Analysis of Compressible Flows, In: Fifth World Congress on Computational Mechanics (V WCCM), Viena, Vol. 1 pp. 1-11, 2002.

- [10] LYRA P. R. M., ARAÚJO, F. S., CARVALHO, D. K. E, An Adaptive Edge-based Unstructured Finite Volume Formulation for the Solution of Biphasic Flows in Porous Media. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering - ECCOMAS 2004, Jyväskylä – Finland – CD-ROM, 2004.
- [11] MATLAB, The Language of Technical Computing 2007. The Mathworks, Inc.